Частное профессиональное образовательное учреждение

«ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»

Практическое задание

по ______________________________

дисциплине

Выполнил(а) студент(ка) ______________________________

фамилия имя отчество

Идентификационный номер: ______________________________

Пермь 2023

Задание 1. Вычислить предел $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+6x+5}{2x^2+x-1}$ при

а) $x_0 = 3$;

б) $x_0 = -1$;

в) $x_0 = \infty$.

Решение

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2+6x+5}{2x^2+x-1} = \dfrac{9+18+5}{18+3-1} = \dfrac{32}{20} = \dfrac{8}{5}$;

б) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2+6x+5}{2x^2+x-1} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{(x+5)\cdot(x+1)}{(2x-1)\cdot(x+1)} = \lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x+5}{2x-1} = \dfrac{-1+5}{-2-1} = -\dfrac{4}{3}$.

в) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+6x+5}{2x^2+x-1} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{1+\dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{x^2}}{2+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}} = \dfrac{1+0+0}{2+0-0} = \dfrac{1}{2}$

Задание 2. Найти производные функций.

а) $y = x\text{-}\dfrac{5}{x^3}+\sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \sin^2(5x-1)$;

в) $y = \dfrac{e^x}{x^2-4x-3}$.

Решение

а) $y' = \left(x\text{-}\dfrac{5}{x^3}+\sqrt[3]{x^2}\right)' = 1+\dfrac{15}{x^4}+\dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}}$;

б) $y' = \left(\sin^2(5x-1)\right)' = 2\sin(5x-1)\cdot\cos(5x-1)\cdot 5 = 5\sin(10x-2)$;

в) $y' = \left(\dfrac{e^x}{x^2-4x-3}\right)' = \dfrac{e^x\cdot\left(x^2-4x-3\right)-(2x-4)\cdot e^x}{\left(x^2-4x-3\right)^2} = \dfrac{e^x\cdot\left(x^2-6x+1\right)}{\left(x^2-4x-3\right)^2}$.

Задание 3. Составить уравнение касательной к графику функции $y = x^3-4x+3$ в точке $x = 2$.

Решение

Найдем ординату для абсциссы $x = 2$: $y(2) = 8-8+3 = 3$.

Угловой коэффициент равен:

$k = y' = \left(x^3-4x+3\right)'\Big|_{x=2} = \left(3x^2-4\right)\Big|_{x=2} = 3\cdot 4-4 = 8$, тогда еравнение касательной: $y = kx+b$, следовательно, $y = 8x+b \Rightarrow\ 8\cdot 2+b = 3 \Rightarrow\ b = -13$.

В итоге, уравнение касательной $y = 8x-13$.

Задание 4. Вычислить неопределенные интегралы.

Решение

а) $\int x\sin 3x dx$;

Применим формулу интегрирования по частям: $\int u dv = uv - \int v du$. В нашем случае:

$u = x \Rightarrow \quad du = dx$ и $\sin 3x dx = dv \Rightarrow \quad v = -\frac{\cos 3x}{3}$, тогда имеем:

$$\int x \sin 3x dx = -x \cdot \frac{\cos 3x}{3} + \frac{1}{3}\int \cos 3x dx = -x \cdot \frac{\cos 3x}{3} + \frac{1}{9} \cdot \sin 3x + C$$

C – некоторая постоянная.

б) $\int x e^{3x^2} dx = \frac{1}{6}\int e^{3x^2} d\left(3x^2\right) = \frac{e^{3x^2}}{6} + C$,

C – некоторая постоянная.

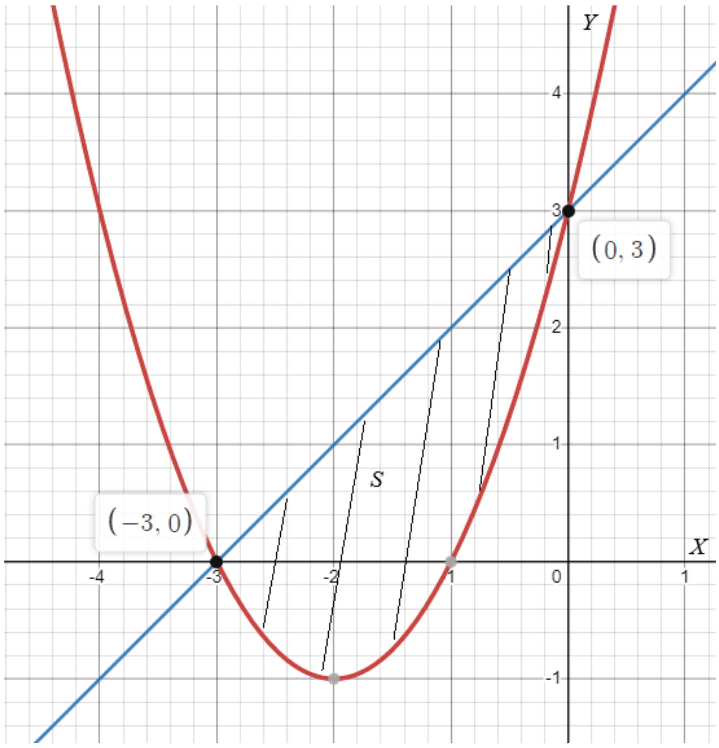
в) $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx = \frac{1}{3}\int \frac{d\left(1+x^3\right)}{1+x^3} = \frac{\ln\left|1+x^3\right|}{3} + C$.,

C – некоторая постоянная.

Задание 5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 4x + 3$ и $y = x + 3$. Построить график.

Решение

Сделаем чертеж заданной фигуры:



Используя свойства определенного интеграла найдем искомую площадь:

$$S = \int_{-3}^{0}\left(x + 3 - x^2 - 4x - 3\right)dx = \int_{-3}^{0}\left(-x^2 - 3x\right)dx = \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right)\Bigg|_{-3}^{0} = -0 - 0 - 9 + \frac{27}{2} = \frac{9}{2}$$

(условных квадратных единиц площади).